В редакцию журнала «Образование в регионе»

ИНТЕГРИРОВАННЫЙ ПОДХОД В ПРЕПОДАВАНИИ ЭЛЕМЕНТОВ МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА

И.Г.Почечуева, А.Д.Нахман

1. Интегрированный подход: концептуальные положения. В связи с инновационными процессами, происходящими сегодня в системе среднего образования становится наиболее очевидным тот факт, что новое качество образования невозможно получить, решая педагогические проблемы устаревшими методами. Требуются другие стратегии развития школы и адекватные времени педагогические технологии.

Наблюдения показывают, что выпускники средней школы, получив подготовку по тем или иным предметам, затрудняются применять «частные» знания при изучении других предметов на практике. Им не хватает самостоятельности мышления, умения переносить полученные знания на аналогичные или иные ситуации. Все это происходит, во многом, из-за взаимной несогласованности занятий по различным учебным дисциплинам средней школы. Один из путей решения проблемы состоит в интеграции. Интеграция как явление появилась, прежде всего, в фундаментальной и прикладной науке. Она возникла в противовес дифференциации наук и их отраслей, растущего объема знаний и требований к ним в каждой отдельной отрасли.

В настоящей работе мы будем исходить и следующих теоретических положений.

Интеграцию в обучении можно определить как естественную взаимосвязь наук, учебных дисциплин, предметов, отдельных разделов и тем на основе объединяющей идеи последовательного, всестороннего раскрытия изучаемых процессов и явлений. Актуальной является как проблема интеграции компонентов содержания учебных дисциплин, так и методов, средств и форм обучения. Однако, наиболее доступной и привлекательной является интеграция по компонентам содержания, обеспечивающая взаимопроникновение и синтез знаний, формирование целостного восприятия законов развития природы, общества и мышления человека.

Интеграция между учебными дисциплинами не отрицает предметной системы. Она является возможным путем ее совершенствования, преодоления недостатков и направлена на углубление взаимосвязей и взаимозависимостей между предметами.

Источником интеграции являются межпредметные связи, которые служат объединяющим фактором формирования содержания и структуры учебных предметов.

Как показывает практика, межпредметные связи в школьном обучении являются конкретным выражением интеграционных процессов, происходящих сегодня в науке и в жизни общества. Эти связи играют важную роль в повышении практической и научно-теоретической подготовки учащихся, существенной особенностью которой является овладение школьниками обобщенным характером познавательной деятельности. Обобщенность же дает возможность применять знания и умения в конкретных ситуациях, при рассмотрении частных вопросов, как в учебной, так и во внеурочной деятельности, в будущей производственной, научной и общественной жизни выпускников средней школы.

С помощью многосторонних межпредметных связей не только на качественно новом уровне решаются задачи обучения, развития и воспитания учащихся, но также закладывается фундамент для комплексного видения, подхода и решения сложных проблем реальной действительности. Именно поэтому межпредметные связи являются важным условием и результатом системного подхода в обучении и воспитании школьников. Миропонимание учащихся должно быть основано на знаниях, интегрально отражающих объективные связи в реальном мире и учитывающих все возрастающую информационную емкость мира.

2. Межпредметные связи и их функции в обучении математике.

Речь идет о следующих функциях межпредметных связей. *Методологическая функция* выражена в том, что только на их основе возможно формирование у учащихся диалектических взглядов на природу, современных представлений о ее целостности и развитии. Межпредметные связи способствуют отражению в обучении методологии современного естествознания, которое развивается по линии интеграции идей и методов и основано на системном подходе к познанию природы, окружающих предметов и явлений.

Образовательная функция межпредметных связей состоит в том, что с их помощью учитель математики формирует такие качества знаний учащихся, как системность, глубина, осознанность, гибкость. Межпредметные связи выступают как средство развития математических понятий, способствуют усвоению связей между ними и общими понятиями.

Развивающая функция межпредметных связей определяется их ролью в развитии системного и творческого мышления учащихся, в формировании их познавательной активности, самостоятельности и интереса к познанию математики. Межпредметные связи способствуют преодолению предметной инертности мышления и расширяют кругозор учащихся.

Воспитывающая функция межпредметных связей выражена в их содействии всем направлениям воспитания школьников в обучении математики. Учитель математики, опираясь на связи с другими предметами, реализует комплексный подход к воспитанию.

Конструктивная функция межпредметных связей состоит в том, что с их помощью учитель совершенствует содержание учебного материала, методы и формы организации обучения. Реализация межпредметных связей требует совместного планирования учителями предметов естественнонаучного цикла и комплексных форм учебной и внеклассной работы, которые предполагают знания ими учебников и программ смежных предметов.

Совокупность функций межпредметных связей реализуется в процессе обучения тогда, когда учитель математики осуществляет все многообразие их видов.

Систематическое использование межпредметных познавательных задач в форме проблемных вопросов, количественных задач, практических заданий обеспечивает формирование умений учащихся устанавливать и усваивать связи между знаниями из различных предметов. В этом заключена важнейшая развивающая функция обучения математики.

Решая задачи, учащиеся совершают сложные познавательные и расчетные действия:

1) осознание сущности межпредметной задачи, понимание необходимости применения знаний из других предметов;
2) отбор и актуализация (приведение в «рабочее состояние») нужных знаний из других предметов;
3) перенос их в новую ситуацию, сопоставление знаний из смежных предметов;
4) синтез знаний, установление совместимости понятий, единиц измерения, расчетных действий, их выполнение;
5) получение результата, обобщение в выводах, закрепление понятий.

3. Интегрированный подход в изучении элементов математического анализа. Наиболее плодотворно интегрированный подход в обучении школьников удается применить в профильных классах математического направления в процессе преподавании математического анализа, например, при изучении элементов интегрального исчисления.

Элементы интегрального исчисления входят в программу школьного курса математики достаточно давно. Однако утверждать, что в методике преподавания этого раздела в школе сложились какие-то традиции, не приходится. Разные учебники придерживаются разных установок. Причина понятна: интеграл с методологической точки зрения – понятие достаточно важное, но с математической точки зрения (предел интегральных сумм) недоступно большей части учащихся. Разрешить это противоречие призвана методика преподавания математики, а это удается далеко не всегда. Заметим, что идея метода – определения интеграла как предела интегральных сумм – допускает наглядную геометрическую интерпретацию; она более близка по духу к тем курсам, где интеграл находит практическое применение; она максимально приближает учащихся к вузовскому изложению материала. Думается, что при работе в классах с углубленным изучением математики и в профильных классах математического направления надо придерживаться этой идеи.

Традиционно в школе рассматривается тема «Приложение определенного интеграла в геометрии», которая нацелена на укрепление внутрипредметных связей. Однако возможности углубленного курса математики позволяют исследовать задачи прикладного содержания, требующие для своего решения достаточно сложных математических средств. Практика показывает, что учащиеся хотят и могут решать задачи, демонстрирующие возможности интегрального исчисления в физике, экономике, биологии. Особенно ценно при рассмотрении этих задач то, что есть выход на интеграцию по методу решения задач из разных учебных предметов. Ведь в основу физических, экономических и других приложений интеграла положен один и тот же вычислительный метод:
1)нахождение приближенного значение искомой величины «локально» - на малом (временном или ином) интервале;
2)переход к «тотальному» рассмотрению путем суммирования «локально вычисленных» величин;
3)вычисление предела интегральной суммы (получение интеграла).

4. Реализация интегрированного подхода на примерах задач прикладного характера. В настоящем параграфе мы развиваем некоторые подходы работы [1] в вопросах построения математических моделей реальных процессов. Так, приложения определенного интеграла в физике можно продемонстрировать на примерах вычисления массы неоднородного стержня, пути, пройденного неравномерно движущейся точкой, работы переменной силы.
Пример 1. Определить работу A, необходимую для запуска тела массой m с поверхности Земли вертикально вверх на высоту h.
Пример 2. Какую работу надо совершить, чтобы растянуть пружину на 4 см, если известно, что от нагрузки в 1 Н она растягивается на 1 см?
Пример 3. С помощью подъемного крана извлекают железобетонную надолбу со дна реки глубиной 5 м. Какая работа при этом совершается, если надолба имеет форму правильного тетраэдра с ребром 1 м ?
Пример 4. Газ заключен в цилиндр с подвижным поршнем. Вычислить работу, совершаемую газом при увеличении высоты части цилиндра, заключающей газ, от значения, равного h_1, до значения, равного h_2 (температура газа постоянна).

Другие полезные приложения относятся к экономике. В основе построения соответствующих математических моделей лежат следующие факты.

1. Продукция, произведенная рабочим в интервале времени от a до b часов рабочего дня вычисляется по формуле

$$y = \int_a^b f(x)dx, \qquad (1)$$

где *f(x)* – производительность труда рабочего в момент времени x, отсчитываемый от начала рабочего дня.

2. Количество товара, поступающего на склад в промежутке времени от a до b часов вычисляется по формуле (1), где *f(x)* – среднее количество товара, поступающего на склад за единицу времени.
3. Расход электроэнергии в течение времени от a до b часов вычисляется по формуле (1), где f(x) – нагрузка на электростанцию в киловатт – часах (т.е. средний расход электроэнергии за единицу времени), а x – число часов, отсчитываемое от начала суток.
4. Объем дохода, полученного за t лет при постоянном годовом доходе, равном N и удельной норме процента, равной i определяется по формуле

$$y = \int_0^t Ne^{-it}dt = \frac{N}{i}(1 - e^{-it}).$$

Вообще говоря, в экономических задачах переменные меняются дискретно. Для использования определенного интеграла нужно составить некоторую идеализированную модель, предполагающую непрерывное изменение зависимых переменных (функций) и независимых перемененных (аргумента). Приведем соответствующие примеры.

Пример 1. Поступление товара на склад определяется функцией $v_1 = 75 - 0{,}5x + 0{,}008x^2$, а отпуск товара торгующим организациям определяется функцией $v_2 = 60 - 0{,}6x + 0{,}004x^2$, где x – число рабочих дней склада. Найти запас товара, который образовался за 60 рабочих дней.

Пример **2**. Радиозавод выпускает в год 31000 радиоприемников, и каждый последующий год выпуск радиоприемников увеличивается на 500 шт. Определить сумму амортизационных отчислений за 10 лет при норме амортизации, равной 1% от себестоимости выпускаемой продукции. Себестоимость одного радиоприемника 50 р.

Пример 3. Найти дневную выработку P за рабочий день продолжительностью 8 часов, если производительность труда в течении дня меняется по эмпирической формуле

$$p = f(t) = p_0 (-0{,}2t^2/t_0^2 + 1{,}6t/t_0 + 3),$$

где t – время (ч), p_0 – размерность производительности (единица продукции/ч), t_0 – размерность времени (ч).

Обсудим, в заключение, каковы возможности приложений определенного интеграла в биологии на примере нахождения численности популяции: если известна скорость роста популяции v(t), то мы можем найти прирост численности популяции за промежуток времени от 0 до T. В самом деле, из определения v(t) следует, что эта функция является производной от численности популяции N(t) в момент t, и, следовательно, численность популяции N(t) является первообразной для v(t). Поэтому, прирост численности популяции за промежуток времени от t_0 до T :

$$N(T) - N(t_0) = \int_{t_0}^{T} v(t)dt \qquad (2)$$

Известно, что в условиях неограниченных ресурсов питания скорость роста многих популяций экспоненциальна, т.е. $v(t) = ae^{kt}$. Популяция в этом случае как бы «не стареет»; такие условия можно создать, например, для микроорганизмов, пересаживая время от времени развивающуюся культуру в новые емкости с питательной средой. Применяя формулу (2), в этом случае получим, что численность популяции в момент времени T равна :

$$N(T) = N(t_0) + a\int_{t_0}^{T} e^{kt}dt = N(t_0) + \frac{a}{k}e^{kt}\Big|_{t_0}^{T} = N(t_0) + \frac{a}{k}\left(e^{kT} - e^{kt_0}\right),$$

где $N(t_0)$ – численность популяции в момент времени t_0.

По подобной формуле подсчитывают в частности, численность культивируемых плесневых грибков, выделяющих пенициллин.

Вышеизложенные положения, подтвержденные нашей многолетней практикой, показывают исключительные возможности интегрального исчисления в деле построения математических моделей, связывающих воедино знания учащихся и по физике, и по экономике, и по биологии. Именно здесь появляются реальные механизмы, позволяющие реализовать функцию интеграции как перехода от локального, изолированного рассмотрения различных явлений действительности к их взаимосвязанному комплексному изучению.

Библиографический список

1. Нахман А.Д. Дифференциальные уравнения: Метод. пособие . Тамбов: ТОИПКРО, 2007. – 64 с.