

Комитет образования администрации Тамбова
МУНИЦИПАЛЬНОЕ ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ЛИЦЕЙ №29

ПРОГРАММА
дополнительного образования

**«Дополнительные главы курса
математики »**

Тамбов
2008

**Допущено
комитетом образования
администрации города Тамбова**

Авторы: Демин Николай Александрович, учитель математики,
МОУ лицей № 29;

Почечуева Инна Геннадьевна, учитель математики, МОУ лицей № 29;

Фурсова Ольга Ивановна, учитель математики, МОУ лицей № 29;

Калужина Татьяна Николаевна, учитель математики,
МОУ лицей № 29;

Шикина Галина Александровна, учитель математики,
МОУ лицей № 29;

Бобкова Анна Михайловна, учитель математики, МОУ лицей № 29

Рецензенты:

1. Бражникова Ирина Митрофановна, методист Центра МОУДПО
оценки качества образования
2. Швецова Ольга Алексеевна, учитель математики МОУ лицея № 6

Пояснительная записка.

Данная образовательная программа связана с содержанием основного курса математики классов физико – математического, информационно – технологического, лингво – математического и т.п. профилей. Она направлена на совершенствование математической подготовки учащихся этих классов через решение большого количества задач, через введение новых теоретических фактов, через расширение методов решения задач.

Актуальность данной программы обусловлена, во-первых, её востребованностью со стороны учащихся, заинтересованных в успешном продолжении образования, во-вторых, её тематическим наполнением. Так,

- включение опорных задач планиметрии призвано систематизировать знания по этому разделу геометрии, дать целостную картину этого раздела;
- примеры на преобразование алгебраических выражений важны не сами по себе (хотя среди них есть и содержательные), а как средство развития культуры техники преобразований, что важно при изучении вузовского курса математики;

- задачи раздела «Числовые последовательности» в большей степени направлены на математические олимпиады разных уровней;

- уравнения и неравенства, содержащие знак модуля, широко представлены в основном курсе, но некоторые свойства модуля, позволяющие изящно решать уравнения и неравенства требуют большего внимания;

- задачи на нахождение наибольших и наименьших значений величин популярны на экзаменах разного рода и часто решаются с использованием производной, хотя их решение способами элементарной математики с опорой на базовые неравенства бывает более выигрышным;

- решение уравнений и неравенств с использованием свойств функций (монотонности, ограниченности, чётности, периодичности) считаются задачами повышенной трудности, требующими нестандартных подходов.

Новизна программы связана с включением в её тематическое содержание вопросов, не получивших отражение в основном курсе, например, базовые неравенства в задачах на нахождение наибольших и наименьших значений величин.

Педагогическая целесообразность данной образовательной программы вытекает из целей и задач, которые ставятся при её реализации .

Цели программы:

- подготовить учащихся к продолжению образования в ВУЗах;
- повысить уровень общей математической подготовки;
- сформировать активный познавательный интерес к предмету.

Образовательные задачи:

- углубить и систематизировать знания по планиметрии;
- усовершенствовать навыки работы с алгебраическими выражениями;
- расширить представление о методах и приёмах, используемых при

- решении уравнений и неравенств разного типа;
- овладеть приёмами использования базовых неравенств при нахождении наибольших и наименьших значений величин.

Воспитательные задачи:

- воспитание культуры личности;
- воспитание отношения к математике как к части общечеловеческой культуры;
- воспитание значимости математики для научно – технического прогресса;
- воспитание настойчивости, инициативы, чувства ответственности, самодисциплины.

Развивающие задачи:

- развивать математическое мышление, математическое зрение;
- обогащать учащихся новыми математическими идеями;
- развивать математические способности.

Срок реализации программы один год (72 часа), и рассчитана она на десятиклассников. Группы для занятий создаются из учащихся параллельных классов.

Предполагается использовать следующие формы занятий: лекции, практические занятия, самостоятельные работы обучающего и контролирующего характера, обсуждение заданий по дополнительной литературе, доклады учеников. Данный курс предполагает возможность подготовки учащихся к математическим олимпиадам.

Итогом работы по данной образовательной программе можно считать осознание учениками того, что они подготовлены к работе над сложными проблемами.

Успешность овладения программой может быть отслежена с помощью проверочных работ или быть выявлена через участие в олимпиадах, научно-практических конференциях.

Учебно-тематический план

№	Раздел	Тема	Кол-во часов		
			Теория	Практик	Всего
1	Некоторые опорные задачи планиметрии	<u>Тема 1.</u> Опорные задачи по теме: «Треугольники и четырёхугольники».	1	3	4
		<u>Тема 2.</u> Опорные задачи по теме: «Окружность».	1	3	4
		<u>Тема 3.</u> Опорные задачи по теме: «Площади плоских фигур».	1	3	4
2	Тождественные преобразования алгебраических выражений.	<u>Тема 1.</u> Преобразования (тождественные) многочленов и дробно- рациональных выражений.	0	4	4
		<u>Тема 2.</u> Тождественные преобразования иррациональных выражений.	0	4	4
		<u>Тема 3.</u> Тождественные преобразование выражений, содержащих знак модуля..	0	4	4
3	Нестандартные задачи по теме: «Числовые последовательности»	<u>Тема 1.</u> Суммирование последовательностей. Ряды разностей и сумм числовых последовательностей.	1	4	5
		<u>Тема 2.</u> Олимпиадные задачи, связанные с геометрической и арифметической прогрессиями.	0	5	5
4	Использование свойств модуля при решении уравнений и неравенств, содержащих знак модуля.	<u>Тема 1.</u> Свойства модуля и решение уравнений.	1	3	4
		<u>Тема 2.</u> Свойства модуля и решение неравенств.	1	3	4
5	Базовые неравенства в задачах на нахождение наибольшего и наименьшего значений величин.	<u>Тема 1.</u> Неравенство Коши	1	3	4
		<u>Тема 2.</u> Следствия из неравенства Коши.	1	3	4
		<u>Тема 3.</u> Неравенство $ a \sin f(x) + b \cos f(x) \leq \sqrt{a^2 + b^2}$ $\forall x \in D(f)$	1	3	4

6.	Использование свойств функций при решении уравнений и неравенств.	Тема 1. Использование свойства монотонности при решении уравнений и неравенств.	1	3	4
		Тема 2. Использование свойства ограниченности функций (метод мини-максов) при решении уравнений и неравенств.	1	3	4
		Тема 3. Использование свойства выпуклости (вогнутости) при решении уравнений и неравенств.	1	4	5
		Тема 4. Уравнения вида $f(f(x))=x$	1	4	5
		ИТОГО:	13	59	72

Краткое содержание разделов

I. Некоторые опорные задачи планиметрии

Тема 1. Опорные задачи по теме «Треугольники и четырёхугольники».

Теорема о равенстве углов со взаимно перпендикулярными сторонами; свойства средней линии трапеции; теорема о точках пересечения медиан, биссектрис, высот треугольника; свойство медианы в прямоугольном треугольнике, свойство биссектрисы внутреннего угла треугольника; метрические соотношения в прямоугольном треугольнике; метрические соотношения в параллелограмме, «удлинение» медианы, обобщенная теорема подобия, задачи на отыскание основных элементов треугольника.

Тема 2. Опорные задачи по теме «Окружность».

Свойства касательных к окружности; измерение углов, связанных с окружностью; метрические соотношения в окружности; теоремы об окружностях и треугольниках; теоремы об окружностях и четырёхугольниках; метод вспомогательной окружности; формулы $R = a/2\sin A$; $R = abc/4S$; где a, b, c – стороны треугольника; формулы $r = (a+b-c)/2$ и $R = c/2$, где a, b, c – стороны прямоугольного треугольника.

Тема 3. Опорные задачи по теме «Площади плоских фигур».

Формулы площади треугольника; формулы площади выпуклого четырёхугольника; отношение площадей подобных треугольников; отношение площадей треугольников, имеющих общую высоту (основание); метод площадей; площади треугольников, на которые четырёхугольник разделён диагоналями.

II. Тожественные преобразования алгебраических выражений

Тема 1. Тожественные преобразования многочленов и дробно-рациональных выражений.

Формулы сокращённого умножения; бином Ньютона; приёмы разложения многочлена на множители.

Тема 2. Тожественные преобразования иррациональных выражений.

Корень n – ой степени из действительного числа; действия над корнями ; рациональная степень действительного числа; свойства степеней; формула сложного радикала.

Тема 3. Тожественные преобразования выражений, содержащих знак модуля.

Определение и свойства модуля; раскрытие модуля «по промежуткам».

III. Нестандартные задачи по теме: «Числовые последовательности».

Тема 1. Суммирование последовательностей. Ряды разностей и сумм числовых последовательностей.

Метод суммирования числовых последовательностей; определение рядов разностей и рядов сумм числовых последовательностей.

Тема 2. Олимпиадные задачи, связанные с геометрической и арифметической прогрессиями.

Формулы n – го члена арифметической и геометрической прогрессий; формулы, выражающие суммы n членов арифметической и геометрической прогрессий; бесконечно убывающая геометрическая прогрессия; нестандартные задачи.

IV. Использование свойств модуля при решении уравнений и неравенств, содержащих знак модуля.

Тема 1. Свойства модуля и решение уравнений.

Полезные равносильные преобразования:

$$1) |a| + |b| = |a + b| \Leftrightarrow ab \geq 0;$$

$$2) |a| + |b| = a + b \Leftrightarrow \begin{cases} a \geq 0 \\ b \geq 0 \end{cases}$$

$$3) |a| = |b| \Leftrightarrow \begin{cases} a = b \\ a = -b \end{cases}.$$

Решение нестандартных уравнений; решение уравнений вступительных экзаменов в МГУ и МФТИ.

Тема 2. Свойства модуля и решение неравенств.

Полезные равносильные преобразования :

$$1) |a + b| < |a| + |b| \Leftrightarrow ab < 0$$

$$2) |a| + |b| \leq a + b \Leftrightarrow |a| + |b| = a + b \Leftrightarrow \begin{cases} a \geq 0 \\ b \geq 0 \end{cases}$$

Решении неравенств вступительных экзаменов в МГУ и МФТИ.

V. Базовые неравенства в задачах на нахождение наибольшего и наименьшего значений величин.

Тема 1. Неравенство Коши.

Неравенство между средним арифметическим и средним геометрическим n неотрицательных чисел;

$$\text{неравенство } \frac{a + b}{2} \geq \sqrt{ab}, a \geq 0, b \geq 0.$$

Тема 2. Следствия из неравенства Коши.

Неравенства:

$$1) a + \frac{1}{a} \geq 2 \quad \forall a \in (0; +\infty);$$

$$2) a + \frac{1}{a} \leq -2 \quad \forall a \in (-\infty; 0)$$

$$3) \text{ если } ab \geq 0, \text{ то } \left(\frac{a + b}{2} \right)^2 \geq ab$$

Тема 3. Неравенство

$$|a \sin f(x) + b \cos f(x)| \leq \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$\forall x \in D(f).$$

Метод введения вспомогательного угла для преобразования выражений вида $a \sin f(x) + b \cos f(x)$; $a(x) \sin f(x) + b(x) \cos f(x)$.

VI. Использование свойств функций при решении уравнений и неравенств.

Тема 1. Использование свойства монотонности при решении уравнений и неравенств.

Утверждения:

- 1) если на промежутке X одна из функций $y = f(x)$, $y = g(x)$ убывает, а другая возрастает, то на этом промежутке X уравнение $f(x) = g(x)$ имеет не более одного корня.
- 2) если на промежутке X функция $y = f(x)$ возрастает (убывает), то на этом промежутке X уравнение $f(x) = c$, где $c = \text{const}$, имеет не более одного корня.

Решение нестандартных уравнений и неравенств.

Тема 2. Использование свойства ограниченности функций (метод мини – максимум) при решении уравнений и неравенств.

Утверждение: если $\max_{x \in X} f(x) = \min_{x \in X} g(x) = A$, то уравнение $f(x) = g(x)$ на множестве X равносильно системе
$$\begin{cases} f(x)=A, \\ g(x)=A. \end{cases}$$

Решение нестандартных уравнений и неравенств.

Тема 3. Использование свойства выпуклости (вогнутости) при решении уравнений и неравенств.

Утверждение: если кривая $y = f(x)$ выпуклая на промежутке X , а кривая $y = g(x)$ вогнутая на X , то на промежутке X уравнение $f(x) = g(x)$ имеет не более двух корней.

Тема 4. Уравнения вида $f(f(x)) = x$.

Утверждение: если функция $f(x)$ монотонно возрастает на промежутке X , причём все её значения на этом промежутке принадлежат X , то уравнение $f(f(x)) = x$ равносильно на X уравнению $f(x) = x$.

Решение нестандартных уравнений и неравенств.

Предполагаемые результаты обучения

Знать:

- опорные задачи - факты планиметрии;
- опорные задачи – методы планиметрии;
- приёмы тождественных преобразований многочленов, дробно – рациональных выражений, иррациональных выражений, выражений, содержащих знак модуля;
- методы суммирования числовых последовательностей;

- определения рядов разностей и рядов сумм числовых последовательностей;
- свойства модуля и приёмы их применения при решении уравнений и неравенств;
- базовые неравенства ;
- методику применения базовых неравенств для нахождения наибольших (наименьших) значений величин;
- утверждения, составляющие основу методов решения уравнений и неравенств с использованием свойств функций;
- методику решения уравнений и неравенств с использованием свойств функций.

Уметь:

- использовать задачи – факты и задачи – методы при решении планиметрических задач;
- преобразовывать дробно- рациональные выражения и выражения, содержащие знак модуля, используя разнообразные приёмы;
- использовать методы суммирования для нахождения конечных сумм;
- находить ряды разностей и ряды сумм числовых последовательностей;
- применять свойства модуля при решении уравнений и неравенств, содержащих знак модуля;
- использовать базовые неравенства для нахождения наибольших и наименьших значений величин, множества значений функции;
- решать уравнения и неравенств, опираясь на свойства функций.

Для реализации программы «Дополнительные главы курса математики» необходимо:

Материально-техническое обеспечение	Методическое и дидактическое обеспечение
Учебный кабинет, учебные столы, стулья, компьютеры, принтер, сканер, интерактивная доска, медиапроектор, классная доска, мел.	-Подборка информационной и справочной литературы; -Обучающие и справочные электронные издания; - Доступ в Интернет

Методическое обеспечение программы.

№	Название раздела	Формы занятий	Методы и приемы	Дидактический материал, техническое оснащение	Формы подведения итогов
1	Некоторые опорные задачи планиметрии	Лекция, практическое занятие	Объяснение, создание ситуации актуальности,	Конспект занятия, презентация, компьютер,	Устный опрос Разбор

			решение задач, доклады, самостоятельная работа.	интерактивная доска, медиапроектор	задач, заданных на дом
2	Тождественные преобразования алгебраических выражений	Практическое занятие	Решение задач, самостоятельная работа	Конспект занятия, презентация, компьютер, интерактивная доска, медиапроектор	Разбор задач, заданных на дом
3	Нестандартные задачи по теме «Числовые последовательности»	Лекция, практические занятия	Объяснение, решение задач	Конспект занятия, презентация, компьютер, интерактивная доска, медиапроектор	Разбор задач, заданных на дом
4	Использование свойств модуля при решении уравнений и неравенств, содержащих знак модуля	Лекция, практические занятия	Объяснение, решение задач	Конспект занятий, компьютер, медиапроектор интерактивная доска.	Проверка домашнего задания
5	Базовые неравенства в задачах на нахождение наибольшего и наименьшего значений величин	Лекция, практические занятия, самостоятельная работа обучающего характера	Объяснение, решение задач	Конспект занятий, компьютеры, медиапроектор интерактивная доска	Проверка домашнего задания, самостоятельная работа контролирующего характера
6	Использова-	Лекция,	Объяснение,	Конспект	Проверка

	ние свойств функций при решении уравнений и неравенств	практические занятия, самостоятельная работа обучающего характера	решение задач	занятий, компьютеры, медиапроектор интерактивная доска	домашнего задания, самостоятельная работа контролирующего характера
--	---	---	---------------	--	---

Литература для учителя:

1. В.С. Шипачёв «Курс высшей математики» учебник ООО «Издательство Проспект», Москва, 2004
2. Задачи по математике. Начала анализа: справочное пособие (В.В. Вавилов, И.И. Мельников, С.Н. Олехник, П.И. Панченко), М.: «Наука». Главная редакция физико – математической литературы, 1990.
3. Н.Я. Виленкин, О.С. Ивашов – Мусатов, С.И. Шварцбург Алгебра и математический анализ 10,11, М.: Просвещение. Московские учебники, 1999
4. С.В. Кравцев, Ю.Н. Макаров, В.Ф. Максимов, М.И. Караланков, В.Г. Чирский . Методы решения задач по алгебре: от простых до самых сложных . Издательство «Экзамен», Москва,, 2003
5. Г. Дорофеев, М. Потапов, Н. Розов. Математика: Для поступающих в ВУЗы: пособие; Издательство «Дрофа», Москва, 2001
6. М.В. Лурье, Б.И. Александров. Задачи на составление уравнений. Москва, Наука, 1990
7. И.Ф. Шарыгин, В.И. Голубев. Факультативный курс по математике: Решение задач: Учебное пособие для 11 класса средней школы. – М.: Просвещение, 1991.
8. И.Ф. Шарыгин. Решение задач: Учебное пособие для 10 классов общеобразовательных учреждений. – Москва : Просвещение, 1994.
9. С.М. Саакян и др. Задачи по алгебре и началам анализа для 10 – 11 классов / С.М. Саакян, А.М. Гольдман, Д.В. Денисов. – Москва: Просвещение, 1990. – (Библиотека учителя математики).
10. И.Х. Сивашинский. Теоремы и задачи по алгебре и элементарным функциям. – Москва: Наука, 1971.
10. Е.Б. Ваховский, А.А. Рывкин. Задачи по элементарной математике повышенной трудности – Москва: Наука, 1971

Литература для учащихся:

1. И.Ф. Шарыгин, В.И. Голубев.

Факультативный курс по математике: Решение задач: Учебное пособие для 11 класса средней школы. – М.: Просвещение, 1991.

2. И.Ф. Шарыгин.

Решение задач: Учебное пособие для 10 классов общеобразовательных учреждений. – Москва : Просвещение, 1994.

3. С.М. Саакян и др.

Задачи по алгебре и началам анализа для 10 – 11 классов / С.М. Саакян, А.М. Гольдман, Д.В. Денисов. – Москва: Просвещение, 1990. – (Библиотека учителя математики).

4. И.Х. Сивашинский.

Теоремы и задачи по алгебре и элементарным функциям. – Москва: Наука, 1971.

4. Е.Б. Ваховский, А.А. Рывкин.

Задачи по элементарной математике повышенной трудности – Москва: Наука, 1971